BACK

Anwendungsbezogene Mathematik mit DERIVE in der Realschule

(Herbert Appel, Schweinfurt, Germany)

1. Die derzeitige Situation

Die Auswirkungen der didaktischen Diskussion der letzten zehn Jahre über den Einsatz des Computers in der Schule ist schwer absehbar. Obwohl der Computer aus vielen Bereichen der Schule nicht mehr weg zu denken ist, konnte er sich, wie Untersuchungen (Schnegelberger, 1990) ergeben haben, nicht durchsetzen. Dies hat vermutlich folgende Gründe:

- Fehlende Konzeptionen für den Einsatz des Computers im MU.
- Intensive Beanspruchung des Lehrers bei der Vorbereitung und bei der Gruppenbetreuung.
- mangelnde Lehreraus- und fortbildung.
- Gefahr der Überfrachtung des umfangreichen Lehrplans
  Computer standen nicht in genügender Zahl zur Verfügung
- Zu geringe Portabilität verhinderte spontane Reaktion auf Schülerbeiträge.
- Die Lernprogramme waren zu unflexibel bzw mußten erst selbst geschrieben werden
- Die Anwendersoftware war nicht leistungsfähig genug.

Diese und andere Gründe führten zur einer eher sporadischen Verwendung und zur Beschränkung des Computereinsatzes im Mathematikunterricht auf die Veranschaulichung von mathematischen Sachverhalten (Annäherung des Pyramidenvolumens bzw. der Kreisfläche, Funktionsplotter, etc.) oder die Verwendung als Rechenknecht (Aufstellen von Wertetabellen bzw Ausführen von rechenintensiven Iterationen).

2. Was könnte sich durch Programme für symbolische Algebra ändern?

Der Hauptgrund erneut über den Computereinsatz, insbesondere über die Verwendung von Programmen wie DERIVE im MU nachzudenken besteht darin, daß unseren Schülerinnen und Schülern in den nächsten Jahren Hilfsmittel dieser Art preiswert zur Verfügung stehen werden. Einige Beispiele:

- TI 85 mit Graphikdisplay und einfachen algebraischen Fähigkeiten
- HP 48c mit umfangreichen algebraischen Fähigkeiten
- HP-Palmtop als vollständiger PC im Taschenformat mit ext.RAM
  Notebooks: PC im DIN A4 Format, 486er, VGA, 2MB RAM, HD

Die Schüler werden diese Mittel benutzen, auch dann, wenn die Schule sie verbieten oder ignorieren sollte. Die Lehrer sollten auf diese Situation vorbereitet sein. Nichts ist schädlicher als eine unvorbereitete und unreflektierte Benutzung von Hilfsmitteln dieser Art. Der Werkzeugcharakter des Rechnereinsatzes soll den Schülerinnen und Schülern die Vorteile, aber auch die Grenzen und Gefahren im Zusammenhang mit dieser Technik verdeutlichen und sie zu einem verantwortungsbewußten Umgang mit dieser Technik anleiten.

Die derzeitige Realschulmathematik beschränkt sich zum großen Teil auf eine exakte Arithmetik, das Umformen von Termen, das Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, die Vektor- und Matrizenrechnung sowie das Herstellen von Graphiken. Die formalen Fähigkeiten der Schüler stehen im Vordergrund; es liegt eine Überbetonung des algorithmisch-kalkülmäßigen Arbeitens vor.

"Wenn unser Unterricht heute darin besteht, daß wir unseren Kintern Dinge eintrichtern, die in einem oder zwei Jahrzehnten besser von Rechenmaschinen erledigt werden, beschwören wir Katastrophen herauf. (Freudenthal, 1974)

Die Verfügbarkeit und der Einsatz von Formelmanipulationsprogrammen hat eine Trivialisierung der herkömmlichen Lerninhalte zur Folge. Sie trivialisieren jedoch nichts, was nicht schon vorher trivial war. Rechner verstärken die Trivialität von Kalkülen, aber sie trivialisieren nicht gehaltvolle Begriffe. Die Trivialisierung mathematischen Inhalten bedeutet also nicht die Trivialisierung des gesamten Mathematikunterrichts. Andere Lerninhalte, keiten und Fertigkeiten treten in den Vordergrund. Die nach dem Bildungsauftrag der Schule stellt sich.
Es muß eine Rückbesinnung auf die Ziele des Mathematikunterrichts erfolgen:(Winter) Die Schüler sollen lernen

zu argumentieren
- sich kreativ zu verhalten
zu mathematisieren

was die geistigen Grundtechniken

- Klassifizieren
- Ordnen
- Generalisieren
- Analogisieren und
- Formalisieren erforderlich macht.

"Der Schüler soll in...interessante Themenkreise eindringen, deren Gehalt sich allmählich seinem staunenden Blick erschließt. Es soll ein Stück lebendige Mathematik in der Schule entstehen. (Wittenberg)

Der Computer wird zur Experimentier- und Simuliermaschine, mittels welcher man Versuche und Beobachtungen machen, mutungen aufstellen und beurteilen, sowie Einsichten gewinnen kann.Somit kommt ihm beim Begriffserwerb eine bedeutende le zu.

Für Winkelmann eröffnet sich durch DERIVE die Chance, daß "*der algorithmische Charakter vieler Verfahren deutlicher wird, ebenso das Zusammenspiel von Konzept, Heuristik und Ausführbarkeit*"

Das Lösen von problemorientierten Aufgaben läuft in Stufen ab:

Wiedererkennen von Mustern und Strukturen

Zerlegen des Problems

- Konzentration auf den kreativen Teil der Problemlösung

Lösung der Teilprobleme durch Formelmanipulationssystemen

- Kombinieren der Teillösungen zu einer Gesamtlösung

Lösen einer ganzen Klasse solcher Probleme

Heirzu zwei konträre Meinungen:

Das Arbeiten wird vielmehr dem Arbeiten Mathematikers entsprechen. Das Lesen und Interpretieren von Graphen erlangt eine höhere Bedeutung. Die Nische, in die sich schwächere Schüler zurückziehen konnten, wird durch den Einsatz eines derartigen Programms zerstört. (Weigand, Weth, 1990)

Das zuweilen geäußerte Argument, daß man den schwächeren Schülern den bitter notwendigen Lernerfolg nehme, wenn man Routinearbeiten nun delegiert, kann ich nicht anerkennen. Ein Unterricht, der nur über sie zu einem äußeren Erfolg kommt, wird niemandem gerecht. Er unterfordert die Schüler nicht nur, er unterschätzt sie auch. (Schupp, 1990)

Anhand eines Beispiels soll im folgenden gezeigt werden, wie anwendungsbezogene Aufgaben aus den Bereichen Technik und Alltag in den Mathematikunterricht eingebracht werden können und wie die Bearbeitung solcher Aufgaben durch die Schüler unter Zuhilfenahme des Programms DERIVE erfolgen könnte. Die vorgeschlagenen Lösungen sind auf die wesentlichen Schritte reduziert. Auch das Experimentieren in der Mathematik kann auf falsche Wege führen.

Es ist weiterhin nicht unbedingt sinnvoll, alle Umformungen mit DERIVE durchführen zu lassen. Gerade im Wechsel zwischen dem skizzieren von Hand und dem Arbeiten mit DERIVE tritt der Charakter des Programms als mathematischer Assistent zutage.

3. Ein anwendungsbezogenes Beispiel

Das im folgenden beschriebenen Beispiel wurde im Rahmen des Wahlfaches Mathematik in einer 9. Klasse der Realschule Forchheim durchgeführt. Der Bearbeitung des mathematisierten blems durch DERIVE ging eine experimentelle Phase voraus, in der die Schüler die Aufgabe hatten, die im folgenden beschriebenen Behältnisse nach den Vorgaben aus Karton herzustellen. Den Umgang mit dem Programm hatten sich die Schüler in den stunden erarbeitet. Aus Erfahrung muß dieser Phase besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden.

Aufgabenstellung:

Aus einem bestimmten Material soll ein oben offener Quader mit der Oberfläche 1 FE und maximalem Volumen hergestellt werden. Nach der Bearbeitung dieses Problems wurde die Aufgabenstellung variiert.

Anmerkungen zur Problembearbeitung:

#1..#3: Die Erkenntnisse aus der experimentellen Phase wurde von den Schülern mathematisiert und algebraisiert. Die Oberfläche des Körpers beträgt 1FE.

#4,#5: Umformungen und Substitutionen werden DERIVE überlassen.

#6,#7: Die Schüler werden das erste Mal mit einer Funktion 3. Grades konfrontiert. Die Möglichkeit der Extremwertfindung durch quadratische Ergänzung versagt hier. Wir versuchen uns zuerst einen Überblick über die Funktion zu verschaffen und diskutieren den Verlauf des Graphen (Definitionsbereich von x, Null-

stellen etc.) Erste Vermutungen über die Koordinaten des Extremwertes werden zuerst mit Hilfe des Koordinatenkreuzes gestellt (Numerischer Aspekt des Lösens von Gleichungen).

#8..#12: Das Sehnenmittenverfahren wurde durch den Lehrer als mögliche mathematische Methode initiiert und erläutert.

#13..#15: Die Nullstellen der erhaltenen quadratischen Gleichung hätte nach den herkömmlichen Methoden auch von den Schülern gelöst werden können. Die Lösung wurde jedoch DERIVE übertragen.

Eine Variation erfährt die Aufgabe dadurch, daß nun zuerst ein geschlossener Quader mit konstantem Volumen (1VE) und minimaler Oberfläche hergestellt werden sollte. Anschließend wurde von der Annahme ausgegangen, daß Mantel, Boden und Deckel aus verschiedem (Kostenfaktor k) Material sind. Die Aufgaben wurden rein algebraisch gelöst, was nicht heißt, daß keine Vorüberlegungen dazu stattgefunden haben.

1: $v := x^2 h$

2: $o = x^2 + 4 x h$

3: $1 = x^2 + 4 x h$

4: $h = \frac{1 - x^2}{4 x}$

5: $v := x^2 \frac{1 - x^2}{4 x}$

6: "Veranschaulichen durch Graphik"

7: $x^2 \frac{1 - x^2}{4 x}$

8: $\frac{x}{4} - \frac{x^3}{4}$

9: "Diskussion des Verhaltens der Funktion"

10: "Suche nach Maximum durch Sehnenmittenverfahren"

11: $\frac{z - a}{4} - \frac{(z - a)^3}{4}$

12: $\frac{z + a}{4} - \frac{(z + a)^3}{4}$

13: $\frac{z + a}{4} \quad \frac{(z + a)^3}{4} - \left[\frac{z - a}{4} - \frac{(z - a)^3}{4}\right]$

14: $- \frac{a\,(3\,z^2 + a^2 - 1)}{2}$

15: $\frac{3\,z^2 + a^2 - 1}{-2}$

16: $\frac{3\,z^2 + 0^2 - 1}{-2}$

17: $\frac{1 - 3\,z^2}{2}$

18: $z = - \frac{\sqrt{3}}{3}$

19: $z = \frac{\sqrt{3}}{3}$

20: "Minimierung der Oberfläche bei vorgegebenem Volumen"

21: $o := x^2 + x^2 + 4\,x\,h$

22: $h := \frac{1}{x^2}$

23: $2\,x^2 + \frac{4}{x}$

24: $\frac{2\,(x^3 + 2)}{x}$

25: "Vermutung: Minimum für x=1, V(x)=6"

26: $\frac{2\,((1 + \alpha)^3 + 2)}{1 + \alpha}$

27: $\frac{2\,((1 - \alpha)^3 + 2)}{1 - \alpha}$

28: $\frac{2\,((1 - \alpha)^3 + 2)}{1 - \alpha} - \frac{2\,((1 + \alpha)^3 + 2)}{1 + \alpha}$

29: $\frac{8\,\alpha^3}{(\alpha + 1)\,(1 - \alpha)}$

30: $\alpha = 0$

31: "Wie hängt das Minimum vom Verteuerungsfaktor k ab?"

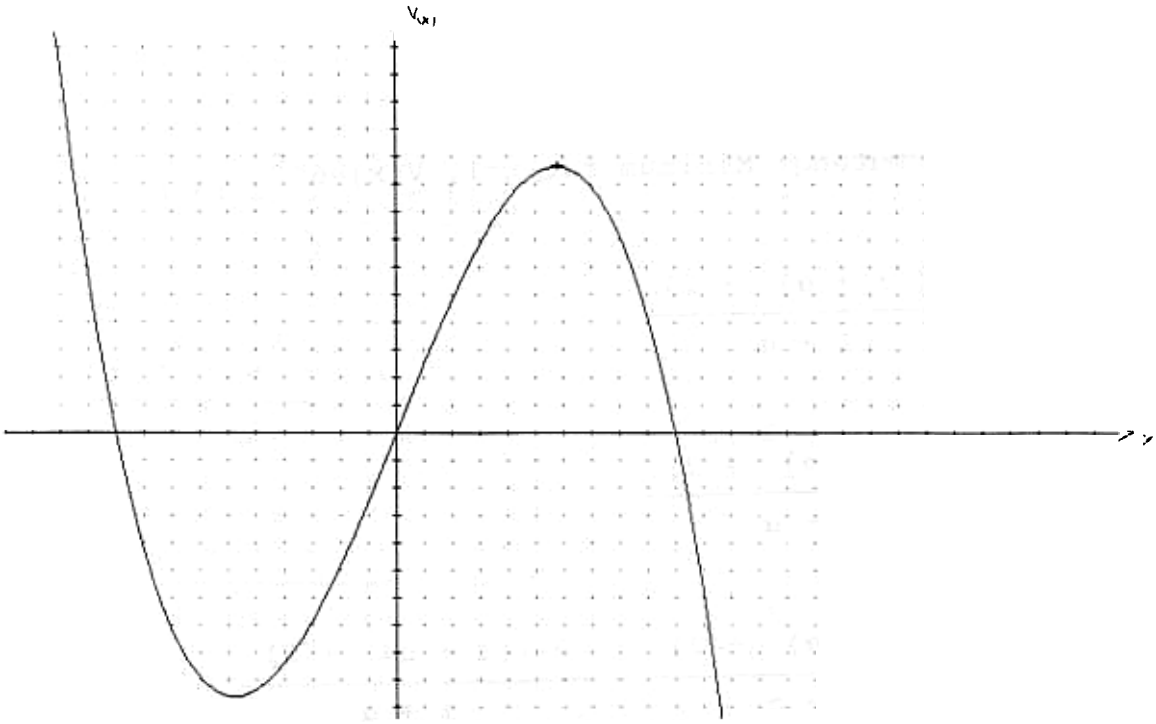
32: $o := k\,x^2 + k\,x^2 + 4\,x\,h$

33: $2\,k\,x^2 + \frac{4}{x}$

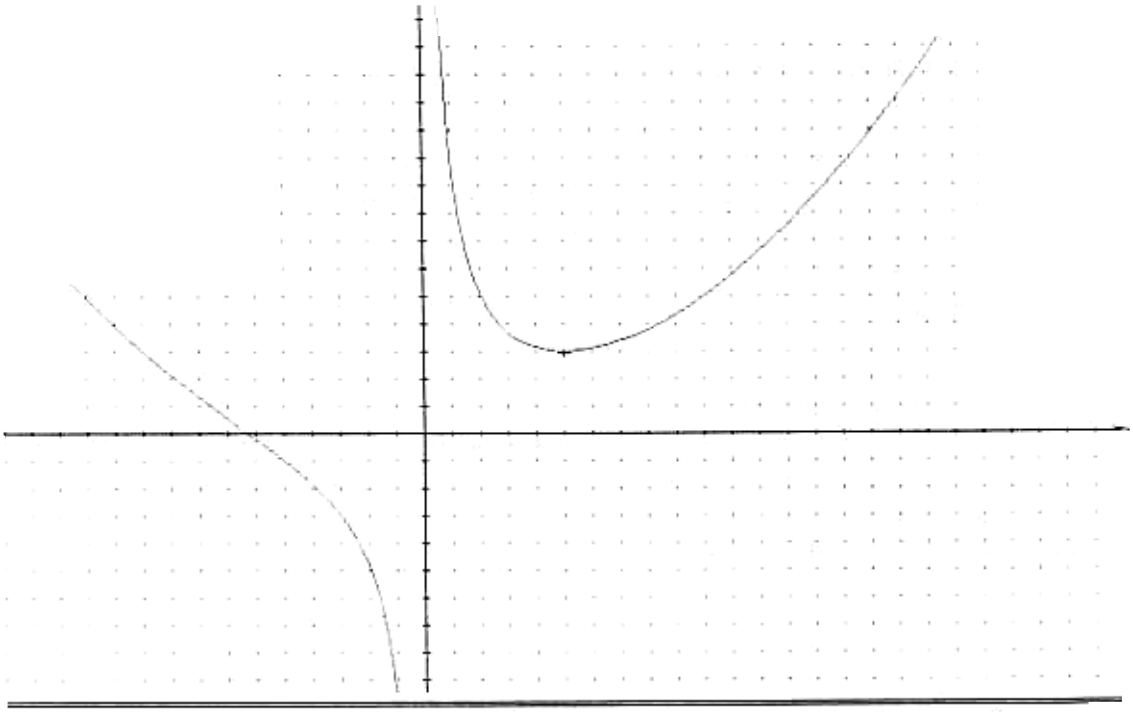
34: "Vergleich mit den Vorhersagen, durch plausibles Schließen"

35: VECTOR $\left[2\,k\,x^2 + \frac{4}{x},\ k,\ 1,\ 1.9,\ 0.3\right]$

36: $\left[2\,x^2 + \frac{4}{x},\ 2.6\,x^2 + \frac{4}{x},\ 3.2\,x^2 + \frac{4}{x},\ 3.8\,x^2 + \frac{4}{x}\right]$



COMMAND: Algebra Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window
Zoom
Enter option
Cross x:0.58125 y:0.096875 Scale x:0.1 y:0.01 Derive 2D-plot



COMMAND: Algebra Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window
Zoom
Enter option
Cross x:1 y:5.875 Scale x:0.2 y:2 Derive 2D-plot

4. Abschließende Bemerkungen

Der Einsatz von DERIVE sollte jedoch wohlüberlegt und reflektiert erfolgen. Es sollten immer folgende Fragen stehen.

- Welche Inhalte kann ich mit Hilfe des Computers besser als bisher vermitteln?

  Welche neuen Inhalte lassen sich mit Hilfe des Computers vermitteln?

  Welche Wirkungen auf die Lernenden habe ich beim Einsatz des Computers zu erwarten?

  Wie kann ich zu erwartenden negativen Folgen vorbeugen?

  Ist der Lerninhalt zur Behandlung mit dem Computer geeignet?

Wichtig erscheint mir zu erwähnen, daß die Schüler wie bisher mathematische Grundtechniken erlernen müssen, denn sie müssen ihr Tun planen, die Ergebnisse, die DERIVE liefert beurteilen, interpretieren und nötigenfalls auch selbst durchführen können. DERIVE kann nicht alles. Es ist ein mächtiger Idiot, der unserer Führung bedarf. Ohne mathematische Kenntnisse kann man die Fähigkeiten von DERIVE nur zu einem ganz kleinen Teil nutzen.

Es besteht kein Zweifel, daß diese und ähnliche noch mächtigere Systeme einen tiefen Einfluß auf den Mathematikunterricht haben werden. Sie werden für das Lehren und Lernen der Mathematik unentbehrlich.

DERIVE ist ein großer Schritt vorwärts auf dem Weg zu einer vollständigen Automatisierung der langweiligen und ermüdenden Routine-Arbeiten

Eine durchgreifende Veränderung wird jedoch erst dann stattfinden können, wenn jedem Schüler ein Computer zur Verfügung steht, der wie der heutige Taschenrechner als notwendiges Werkzeug des Mathematikunterrichts betrachtet wird.

Literatur:

Appel, H.; Brand, R.: Joint Venture "CABRI und DERIVE", DNL#4, Würmla, Österreich 1991

Appel, H: Zum Einsatz des Programes DERIVE im MU DNL#5, Würmla, Österreich

Appel, H. A wishlist for improvements, DNL#6. Würmla, Österreich 1992

Appel H.: Zum Einsatz von DERIVE im Mathematikunterricht der Realschulein Computer und Unterricht,Friedrich Verlag, Seelze 1992 (erscheint voraussichtlich Herbst 1992)

Bauer, L: Mathematische Fähigkeiten in der Sek II und ihre Bedeutung für das Lösen von Abituraufgaben, Schöningh Verlag, Paderborn 1978

Freudenthal: Mathematik als pädagogische Aufgabe, Klett Verlag Stuttgart 1974

Hischer, H.: Mathematikunterricht im Umbruch 'agungsband des AK Mathematikunterricht und Informatik Franzbecker Verlag 1991

Weigand, H.G. Weth, T.: Das ösen von Abituraufgaben mit Hilfe von DERIVE MNU S.177ff, Ferd. Dümmler Verlag, Bonn 1991

Wittmann, E.: Grundfragen des Mathematikunterrichts Vieweg Verlag, Braunschweig 1976