Derive im Informatikunterricht der Oberstufe

(Peter Nussbaumer, Tulln, Austria)

Nach dem Ankauf von Derive ergab sich für Tulln zuerst einmal der Einsatz des Programms bei computerkundigen Schülern. Als Ausgangspunkt diente dabei der Lehrplan für Informatik:

In der 5.Klasse ist im Pflichtgegenstand Informatik das Arbeiten mit Anwendersoftware, und exemplarisch die Übernahme menschlicher Arbeit durch prozessorgesteuerte Maschinen, neue Arbeitsformen etc. Verwendung geeigneter Software vorzusehen. Die Lebensnähe der Unterrichtes ist durch die Wahl der Aufgabenstellungen zu erreichen, wobei nach Möglichkeit von der Erlebniswelt der Schüler auszugehen ist. Dabei sind fächerübergreifende Unterrichtsthemen besonders willkommen.

1. Beispiel: Lösung eines Gleichungssystem aus zwei linearen Gleichungen in den Unbekannten x und y.

1.1 Graphische Lösung mittels linearer Funktionen:

In DERIVE werden die Gleichungen mit [Author] eingegeben:

1: $2\ x + 3\ y = 2$

2: $4\ x - 2\ y = -7$

Anschließend werden die beiden Gleichungen mit [soLve] nach der Variablen y explizit dargestellt:

3: $$y = -\frac{2\ (x - 1}{3}$$

4: $$y = \frac{4\ x + 7}{2}$$

Mit [Plot] [Plot] lassen sich die beiden linearen Funktionen graphisch darstellen:

Mit 'Cross' findet man näherungsweise die Lösungen!

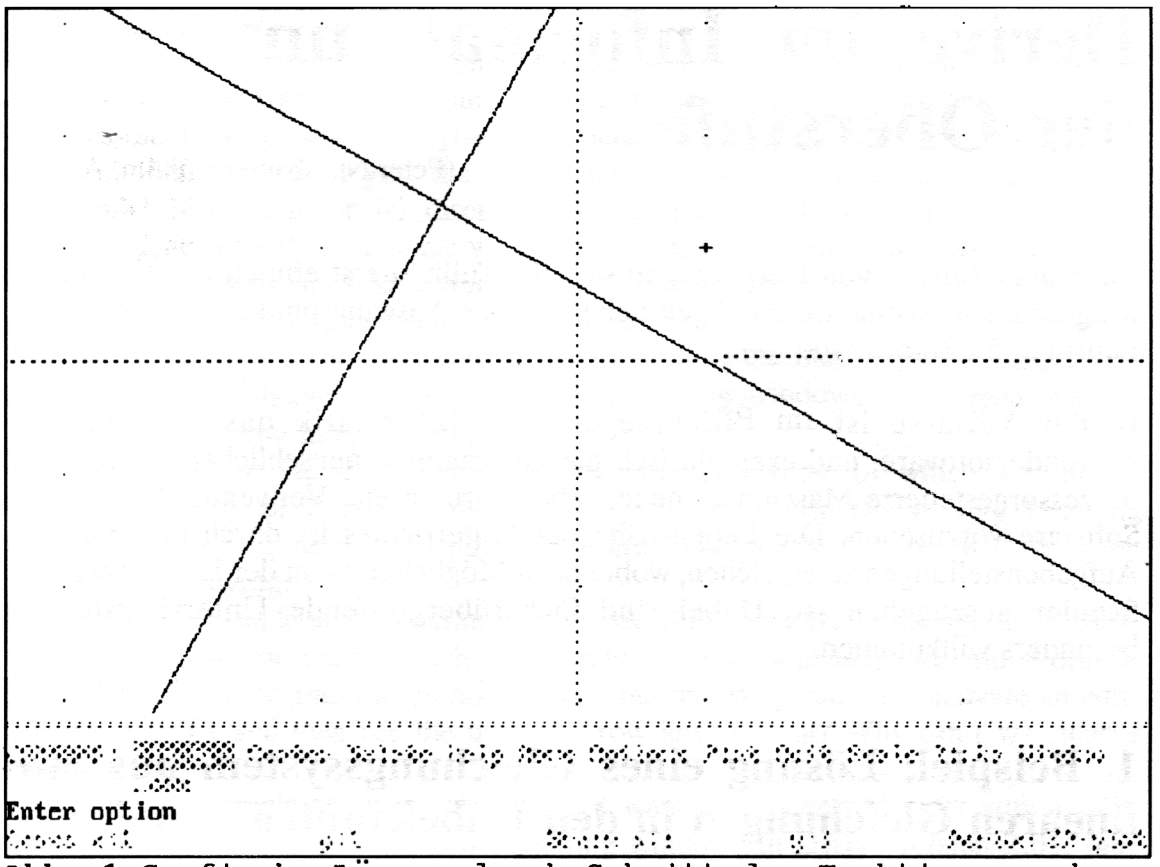

Abb. 1 Grafische Lösung durch Schnitt der Funktionsgraphen

1.2 Lösung durch Rechnung - [soLve]:

Zur algebraischen Berechung faßt man mit [Author] die Gleichungen in ein Gleichungssystem zusammen. Dazu verwendet man <F3> nachdem man den Lichtbalken mit Hilfe der Pfeiltasten auf den zu übernehmenden Ausdruck gesetzt hat:

Mit [soLve] erhält man die Lösung:

5: [2 x + 3 y = 2, 4 x - 2 y = -7

6: $\left[x = -\frac{17}{16},\ y = \frac{11}{8}\right]$

Mit [approX] läßt sich die Lösung auch in Dezimalzahlen darstellen:

7: [x = -1.0625, y = 1.375]

2. Beispiel: Quadratische Gleichungen, Lösungsfälle:

Es werden drei Gleichungspolynome mittels [Author] eingegeben:

1: $x^2 - 4x + 3$

2: $x^2 - x + 2$

3: $x^2 + 4x + 4$

Mit [Plot] [Plot] kann man die Nullstellen der Polynomfunktionen grafisch finden, und so den Zusammenhang des Lösens einer quadratischen Gleichung mit den Nullstellen der zugehörigen Polynomfunktion erkennen:

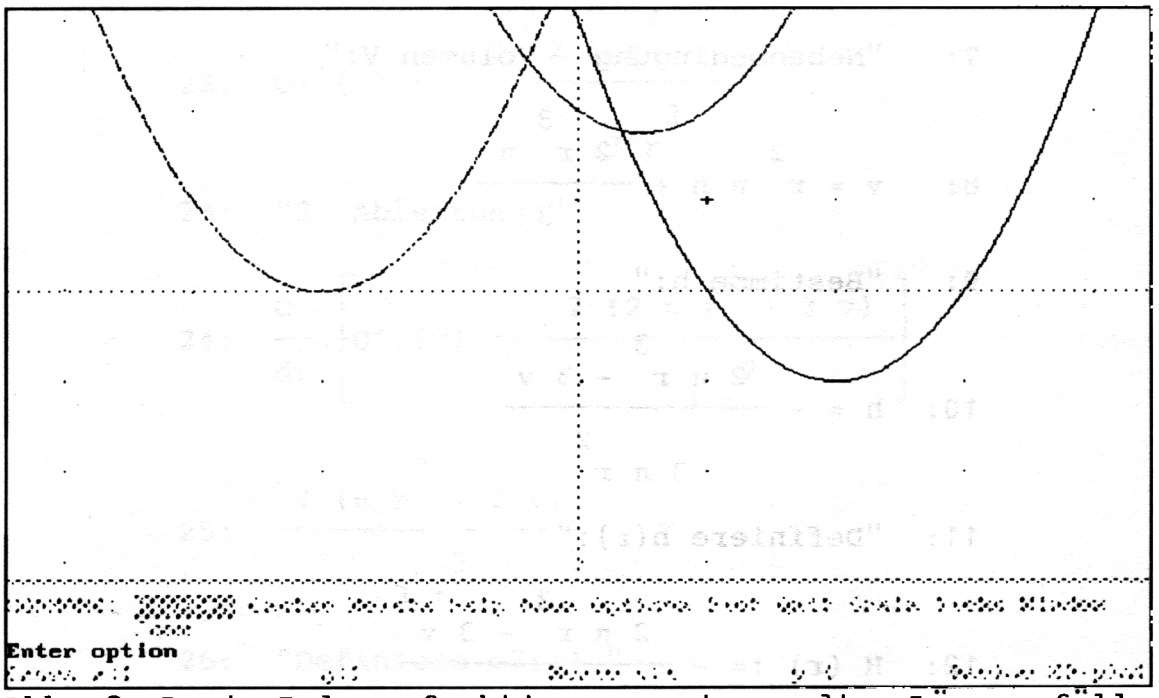

Abb. 2 Drei Polynomfunktionen zeigen die Lösungsfälle quadratischer Gleichungen in einer Variablen.

Der Schüler kann aus der grafischen Darstellung Gründe für die Lösungsfälle quadratischer Gleichungen angeben. Die Ausgabe der komplexen Lösungen kann in der 5. Klasse allerdings noch nicht verstanden werden, wenn der Schüler trotzdem versucht, die zweite Gleichung mit [soLve] zu lösen.

In der 6. - 8. Klasse soll der Schüler im Wahlpflichtfach Informatik sein Wissen auf dem Softwaresektor vertiefen, und bei fächerübergreifender Thematik die Verwendung von Standardsoftware als Werkzeug der Informatik erleben können.

3. Beispiel: Extremwertsaufgabe:

In diesem Fall kann der Schüler die Erfahrung machen, daß er Beispiele rechnen kann, die er ohne Rechenhilfe kaum lösen kann. Dabei wird der im Mathematikunterricht erlernte Lösungsweg Schritt für Schritt mit Derive durchgeführt (siehe dazu die angeführten Kommentare):

```
1:  "Extremwertsaufgabe:"
2:  "Ein offener Körper bestehe aus Drehzylinder (Radius r
3:  "Höhe h) und einer aufgesetzten Halbkugel (r)"
4:  "Bei gegebenen Volumen soll die Oberfläche minimal "
5:  "werden: Ansatzfunktion - Oberfläche O(r,h):"
```

6: $O(r, h) := 2 r \pi h + 2 r^2 \pi$

7: "Nebenbedingung - Volumen V:"

8: $v = r^2 \pi h + \frac{2 r^3 \pi}{3}$

9: "Bestimme h:"

10: $h = - \frac{2 \pi r^3 - 3 v}{3 \pi r^2}$

11: "Definiere h(r):"

12: $H(r := - \frac{2 \pi r^3 - 3 v}{3 \pi r^2}$

13: "Bestimme Zielfunktion O(r):"

14: $O(r, H(r))$

15: $\frac{2 (\pi r^3 + 3 v)}{3 r}$

"Definiere O(r):"

$$O\ (r\ := \frac{2\ (\pi\ r^{3} + 3\ v)}{3\ r}$$

18: "1. Ableitung:"

19: $$\frac{d}{dr}\left[O\ (r)\ := \frac{2\ (\pi\ r^{3} + 3\ v)}{3\ r}\right]$$

$$\frac{2\ (2\ \pi\ r^{3} - 3\ v)}{3\ r^{2}}$$

21: "Definiere o1(r)"

$$O1\ (r\ := \frac{2\ (2\ \pi\ r^{3} - 3\ v)}{r^{2}}$$

2. Ableitung:

$$\frac{d}{dr}\ O1\ (r\ := \frac{2\ (2\ \pi\ r^{3} - 3\ v)}{3\ r^{2}}$$

$$\frac{4\ (\pi\ r^{3} + 3\ v)}{3\ r^{3}}$$

26: "Definiere o2(r

$$O2\ \ r\ := \frac{4\ (\pi\ r^{3} + 3\ v)}{3\ r^{3}}$$

"Bestimme Extremwerte:

O1 (r) = 0

30: $$r = \frac{12^{1/3}\ v^{1/3}}{2\ \pi^{1/3}}$$

31: $$r = -\frac{12^{1/3}\ v^{1/3}}{4\ \pi^{1/3}} \quad \frac{3888^{1/6}\ \hat{\imath}\ v^{1/3}}{4\ \pi^{1/3}}$$

32: $$r = -\frac{12^{1/3}\ v^{1/3}}{4\ \pi^{1/3}} + \frac{3888^{1/6}\ \hat{\imath}\ v^{1/3}}{4\ \pi^{1/3}}$$

33: "Ignoriere komplexe Lösungen ...

34: "Bestimme mögliche Stelle des Minimums:"

35: $$r1 := r = \frac{12^{1/3}\ v^{1/3}}{2\ \pi^{1/3}}$$

36: "Test, ob Minimum vorliegt:"

37: O2 (r1)

38: $$\frac{4\ (\pi\ r^3 + 3\ v)}{3\ r^3} = 4\ \pi$$

39: "r1 ist Minimum!"

40: "Bestimme h(r1):"

41: H (r1)

42: $$\frac{2\ \pi\ r^3 - 3\ v}{3\ \pi\ r^2} = 0$$

43: "und erhalte null!"

44: "Der gesuchte Körper ist eine Halbkugel ..."

45: "Vergleiche mit Ausdruck #30 !"