BACK

Einsatz von Derive von der 4.-7.Klasse AHS

Josef Lechner
Bundesgymnasium Amstetten
Anzengruberstraße 6, A-3300 Amstetten

Der Einsatz von Computeralgebra-Systemen, mit denen Terme und Formeln algebraisch umgeformt, funktionale Beziehungen veranschaulicht, Wachstumsmodelle untersucht, Gleichungen und Ungleichungen symbolisch und somit exakt gelöst oder Grenzwerte, Summen, Ableitungen und Integrale ermittelt werden können, stellt eine wesentliche Bereicherung und einen für den Schüler motivierenden Aspekt des Mathematikunterrichtes dar. In diesem Artikel soll der bisherige Einsatz des Computeralgebra-Systems **Derive** an einer AHS beschrieben und die didaktischen Überlegungen an je einem Beispiel pro Klasse näher dargelegt werden. Der bisherige Einsatz erfolgte aus Gründen der Verfügbarkeit des Systems meist nur punktuell. Stünde jedem Schüler **Derive** ständig zur Verfügung, hätte dies wohl gravierende Änderungen des Mathematikunterrichtes zur Folge.

0. Schulsituation

Am Bundesgymnasium Amstetten läuft seit dem Schuljahr 1987/88 ein Schulversuch "Schwerpunkt Informatik und Textverarbeitung". Ziel dieses Schulversuches ist es, den Schülern dieses Zweiges in verstärktem Maße Denk- und Arbeitsweisen der Informatik, die vielfältigen Möglichkeiten ihrer Anwendungen und die Perspektiven ihrer möglichen Weiterentwicklung näherzubringen.

Für Schüler des Schulversuches ist Informatik Pflichtgegenstand mit 2 Wochenstunden in der 7. und 8.Schulstufe und 3 Wochenstunden von der 9.-12.Schulstufe. Die 7. Schulstufe - also 3.Klasse - dient der Einführung in den Unterrichtsgegenstand und dem Erwerb der notwendigen Grundkenntnisse in Maschinschreiben und Textverarbeitung, eine stärkere Informatikausbildung ist ab der 4.Klasse vorgesehen. Begleitet soll der Schulversuch unter anderem durch einen verstärkten Einsatz geeigneter Software in anderen Unterrichtsfächern werden. Ein Einsatz eines Computeralgebra-Systems im Fach Mathematik stellt hier eine sinnvolle Ergänzung dieser Intentionen dar. Aber auch in Regelschul-Klassen kommt Derive immer stärker zum Einsatz.

Zur Geräte- und Raumausstattung: Die Schule besitzt bei einer Klassenzahl von 28 drei Informatiksäle, von denen einer noch mit den veralteten und inkompatiblen Thoshiba T300 bestückt ist (wird für die 7.Schulstufe zur Einführung in die Programmiersprache LOGO verwendet), ein zweiter mit 7 Siemens PCD 2 und der dritte mit 14 Commodore PC40, die vernetzt sind. Die Raumauslastung ist aufgrund des Informatikunterrichts naturgemäß sehr hoch.

1. Bisheriger Einsatz von Derive

1.1 Einsatz in der 4.Klasse - Grundlegende Techniken im Umgang mit einem algebratauglichen Computersystem kennenlernen.

Wesentliche Kapitel des Lehrplans der 4.Klasse

Lehrsatz des Pythagoras
Die reellen Zahlen
Rechnen mit Zahlen Variablen und Termen (Elementare Algebra)
Berechnungen am Kreis
Zylinder-Kegel-Kugel
Funktionen
Lineare Gleichungen mit zwei Variablen
Konstruktionsaufgaben mit Hilfe von Ortslinien
Projektorientierter Unterricht

Den ersten Kontakt mit Derive bekommen die Schüler in der 4.Klasse. Nach der herkömmlichen Behandlung des Kapitels **'Rechnen mit Zahlen, Variablen und Termen (Elementare Algebra)'** bietet sich die Möglichkeit an, den Schülern ähnliche Aufgaben mit Derive lösen zu lassen. Gleichzeitig soll damit die Bedienung des Computeralgebra-Systems eingeübt werden. Folgende Ziele stehen dabei im Vordergrund:

- Einigermaßen sichere Eingabe von Ausdrücken (**Author,F3,F4,Cursorbewegungen bei der Eingabe**), Kennen der wichtigsten Befehle zum Umformen von mathematischen Ausdrücken (**Simplify,Expand,Factor**)

- Im Zusammenhang mit der Behandlung von Näherungsprozessen und Wurzeln lassen sich die Unterschiede von **Simplify** und **approX** bzw. das Rechnen mit verschiedener Genauigkeit (**Precision**) deutlich machen.

Die Einführung eines algebratauglichen Systems läßt sich in Analogie zur Einführung des numerischen Taschenrechners sehen: So wie vor Einführung des Taschenrechners Kopfrechnen und Schätzübungen verstärkt durchgeführt werden sollten, sollte die Verwendung solch eines Systems durch Strukturerkennungsübungen vorbereitet werden.

- Diese Strukturerkennungsübungen lassen sich mit Derive sehr schön fortstetzen, indem man Terme mit den Cursortasten analysiert und die Schüler im vorhinein angeben läßt, welche Teile unterlegt werden und warum dies so ist. So kann der Schüler allmählich ein Gefühl für die verschiedenen 'Schachtelungstiefen' in einem Term erwerben. Umgekehrt kann dem Schüler aufgetragen werden, mit möglichst wenig Tastendrücken einen ganz bestimmten Teil des Terms anzusteuern. Auch das Kennenlernen des Systems -die Grundidee unserer Einsatzes von Derive in der Unterstufe -wird dadurch wieder sehr gefördert.

Wie man mit Hilfe eines Computeralgebra-Systems Äquivalenzumformungen durchführt, also Gleichungen symbolisch umformen und exakt lösen kann, ist ebenfalls Thema der 4.Klasse.

- Kennenlernen der notwendigen Schritte auf der Programmebene (**Build, soLve, Manage Substitute** bei der Probe)

- Das Umsetzen des im Mathematikunterricht gelernten, also von der Ebene der herkömmlichen Schulmathematik (hier: Lösen einer Gleichung durch Umformen in einfachere äquivalente Gleichungen) in die Ebene des Programms (hier: Nachvollziehen der Lösungsschritte mittels **Build** bzw. **soLve**) bietet die Möglichkeit, mit den Schülern über diese beiden Ebenen zu sprechen (kritische Reflexion dieser Tätigkeit, Bewältigung auftretender "Übertragungsprobleme")

Die Möglichkeiten, die Derive bei der Veranschaulichung von graphischen Sachverhalten bietet, wird in der 4.Klasse bei der Erarbeitung des Abschnittes **'Funktionen'** genutzt. Nachdem zuvor im Unterricht der allgemeine Funktionsbegriff besprochen wurde, können die Schüler die lineare Funktion 'erforschen':

- Welchen Einfluß haben die Parameter auf den Verlauf der Geraden? Wie wirkt sich eine Änderung der Steigung, des Ordinatenabschnitts aus? Im Hintergrund steht das Kennenlernen und Ausnützen der Möglichkeiten der **2D-Graphik** von Derive.

Eine weitere Einsatzmöglichkeit, bei der der Einsatz von Derive eine Bereicherung des herkömmlichen Unterrichtes in der 4.Klasse darstellt, ist das Kapitel **'Lineare Gleichungen mit zwei Variablen'**. Hier kann der Schüler mit den Möglichkeiten, Gleichungssysteme zu lösen, vertraut gemacht werden. Dabei wird bereits auf dem Wissen über die Darstellung von Funktionen aufgebaut.

Die verschiedenen Lösungsmethoden für Gleichungssysteme können können exakt mit Derive nachvollzogen werden. Siehe Fig.1.1,links: Einsetzungsmethode (Substitutionsmethode), Fig.1.1,rechts: Gleichsetzungsmethode (Komparationsmethode), Fig.1.2,links: Methode der gleichen Koeffizienten (Additionsverfahren), Fig.1.2,rechts: unten: **'Derive'**-Methode.

Beispiel: Verschiedenen Lösungsmethoden für Gleichungssysteme

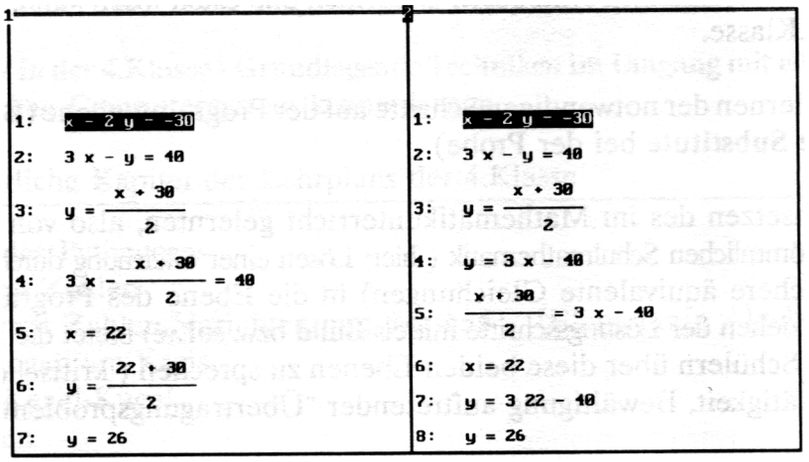

Fig.1.1

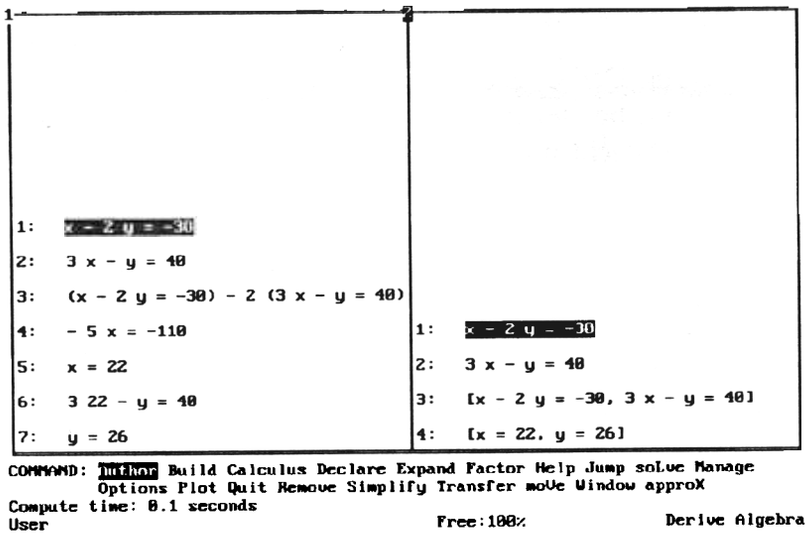

Fig.1.2

An diesem Beispiel kann der Übersetzungsvorgang von der gewohnten Ebene des Lösens von Gleichungssystemen in die Ebene des Computeralgebra-Systems trainiert werden. Zeile 1 und 2 werden jeweils vom Schüler über **Author** eingegeben, bei der Substitutionsmethode wird dann eine der Gleichungen mit **soLve** nach einer der beiden Variaben aufgelöst und mit **Manage Substitute** in die zweite eingesetzt (Zeile 4), **soLve** liefert schließlich Zeile 5 und mit **Manage Substitute** und **Simplify** erhält man den Wert für die zweite Variable. Bei der Komparationsmethode werden mit **soLve** beide Gleichungen nach derselben Variablen aufgelöst mit (Zeile 3 und 4), mit **F3** wird Zeile 5 aufgebaut und mit **solve** die erste Variable ermittelt. **Manage Substitute** und **soLve** liefern die zweite Variable (Zeile 8).
Beim Additionsverfahren wird mit **Build** Zeile 3 aufgebaut, **Simplify** liefert Zeile 4 und **soLve** Zeile 5. Mit dem Befehl **Manage Substitute** und **soLve** erhält man schließlich wieder die 2.Variable (Zeile 7).

Im Anschluß daran lassen sich schön die graphische Lösung und beiden Spezialfälle (Lösung besteht aus unendlich vielen Zahlenpaaren bzw. aus keinem einzigen Zahlenpaar) behandeln. Dabei ergeben sich wieder einige Fragen: Wie reagiert das System auf diese Fälle? Was bedeuten sie graphisch?

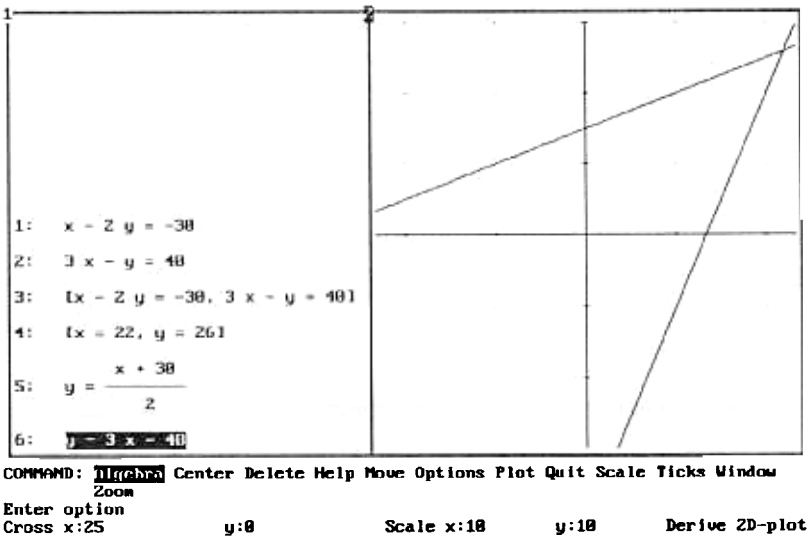

Fig.1.3

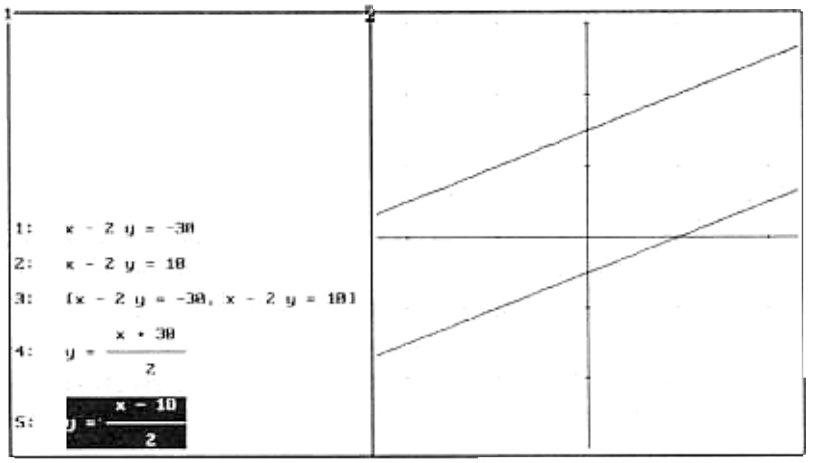

Fig.1.4

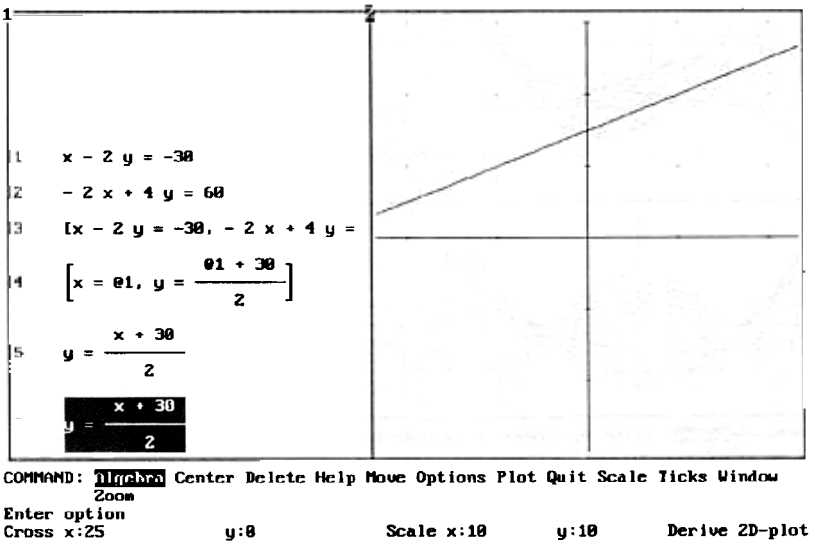

Fig.1.5

1.2. Einsatz in der 5.Klasse - Darstellung funktionaler Zusammenhänge

Wesentliche Kapitel des Lehrplans der 5.Klasse

Rechengesetze, Gleichungen in einer Variablen, Ungleichungen
Funktionen, Formeln, Gleichungen
Logische Begriffe und Mengen, Schaltungen
Lineare Algebra und analytische Geometrie
Darstellen und Analysieren von Daten und Beziehungsstrukturen
Projektorientierter Unterricht

Das Lösen von Ungleichungen im Kapitel '**Rechengesetze, Gleichungen in einer Variablen, Ungleichungen**' legt den Einsatz von Derive nahe, da es bei der Veranschaulichung des Problems sehr gute Dienste leisten kann.

- Das Lösen von quadratischen Ungleichungen, Bruchungleichungen und Betragsungleichungen läßt sich von den Schülern wesentlich problemloser erlernen, wenn die entsprechende Veranschaulichung vorhanden ist.

Zur Erarbeitung des **Funktionsbegriffes** in der 5.Klasse bietet sich der Einsatz von Derive vor allem zur raschen Darstellung von Graphen, auch solcher von Funktionen, die von mehreren Variablen abhängig sind, an.

Auf der Ebene des Computeralgebra-Systems soll der Schüler seine Fähigkeiten bezüglich der Darstellung von Graphen auffrischen bzw. ausbauen (**3D-Graphik**)

- Gleichzeitig soll damit das räumliche Vorstellungsvermögen gefördert werden, was sicher in der analytischen Geometrie zugute kommt.

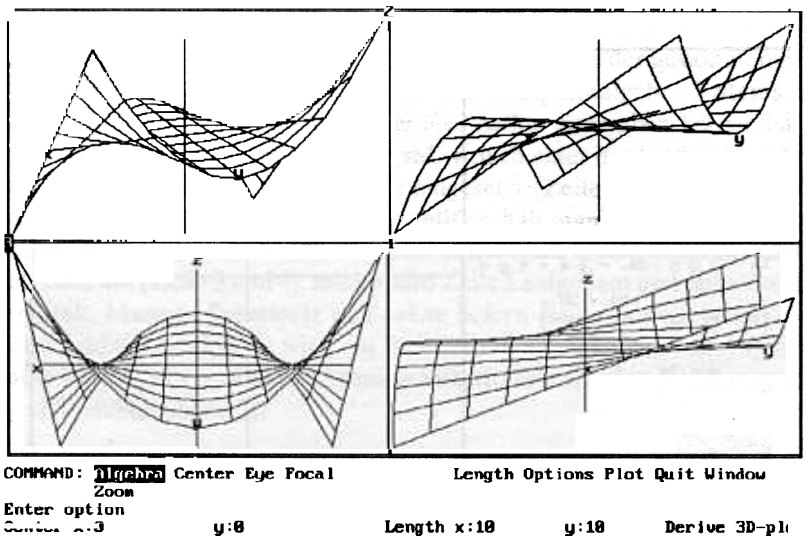

Fig.1.6 Darstellung der Funktion $f(x,y) = xy^2$ mittels **3D-Graph**

Insbesondere bei der **quadratischen Funktion** können die Schüler sehr leicht den Einfluß, den die einzelnen Parameter auf die Gestalt der einzelnen Funktionsgraphen haben, erforschen.

- Wann kommt es zu einer Stauchung, wann zu einer Streckung des Graphen? Wann kommt es zu einer Translation?

- Der Schüler soll allmählich die Fähigkeit erlangen, mit "einer typischen Handbewegung" die Gestalt des Funktionsgraphen vorhersagen zu können.

Beispiel: Quadratische Funktionen

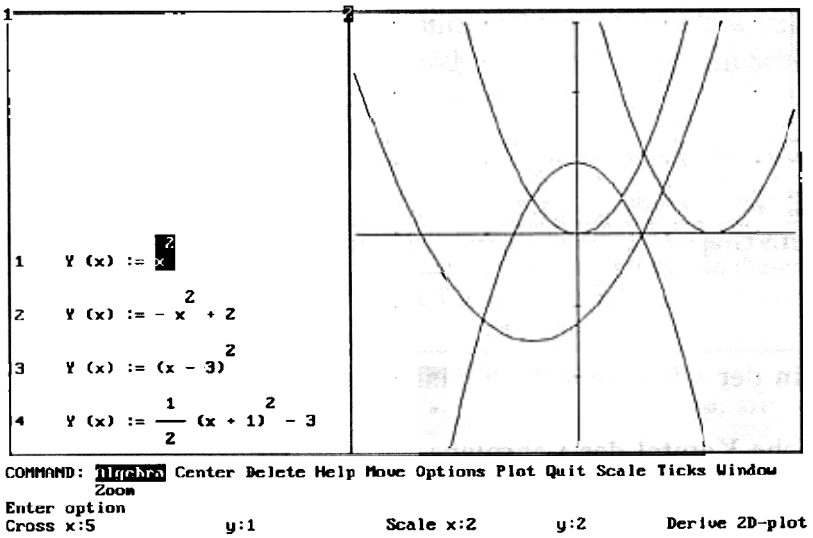

Fig.1.7

Ausgehend vom Grundtypus der quadratischen Funktion in Zeile 1 werden verschiedene "Variationen" dargestellt. Der Funktionsterm in Zeile 2 bewirkt ein Herunterklappen des Graphen mit gleichzeitiger Verschiebung um 2 Einheiten in die y-Richtung. Der Ausdruck in Zeile 3 verschiebt die Grundform um 3 Einheiten in x-Richtung, in Zeile 4 kommt es zu einer Stauchung des Funktionsgraphen bei gleichzeitiger Translation.
Die Behandlung der allgemeinen quadratischen Funktion eignet sich gut, zu zeigen, wie in Derive Funktionen definiert werden können. Auch die Erzeugung von Wertetabellen läßt sich hier anschließen, sowie die Möglichkeit, solche Tabellen graphisch darzustellen

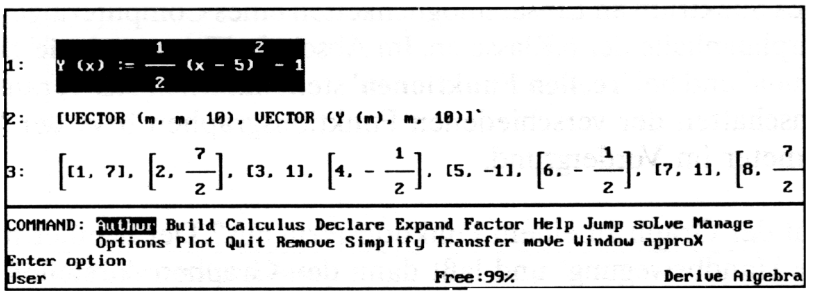

Fig.1.8

Mit Hilfe der Funktion **VECTOR** lassen sich auf einfache Art Wertetabellen erzeugen. Um zu Wertepaaren zu kommen, ist es notwendig, den Operator ‘ anzuwenden, der die transponierte Matrix liefert.

Um zu einer graphischen Darstellung der Wertetabelle zu kommen, genügt es, auf die Tabelle der Zahlenpaare **Plot** anzuwenden. Dieses Konzept der Darstellung einzelner Punkte bzw. von Kuren ließe sich in der analytischen Geometrie weiter ausbauen.

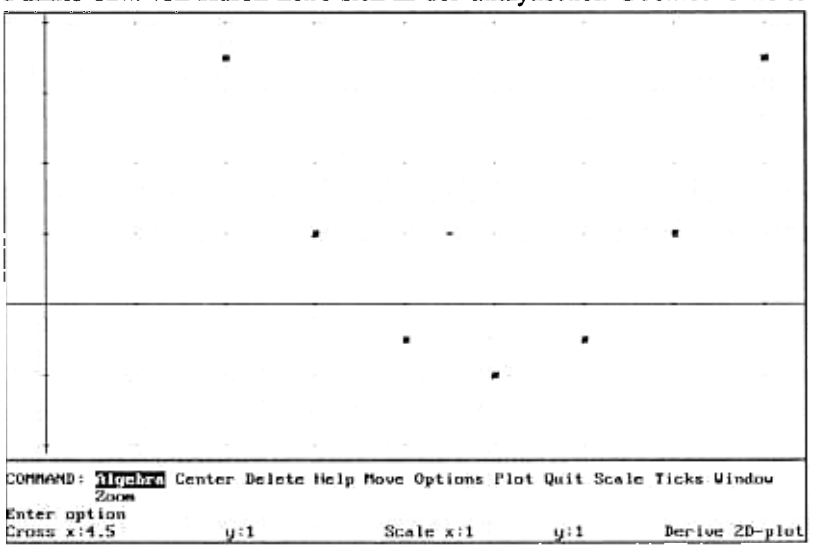

Fig.1.9 Graphische Darstellung des Vektors von Zahlenpaaren aus Zeil
3

1.3. Einsatz in der 6.Klasse - Mathematische Modellbildung

Wesentliche Kapitel des Lehrplans der 6.Klasse

Trigonometrie
Grenzprozesse und reelle Zahlen
Potenzen und Logarithmen
Reelle Funktionen
Wachstumsprozesse
Lineare Algebra und lineare analytische Geometrie
Bearbeitung von Themen aus den Bereichen Geldwesen und Wirtschaft
Projektorientierter Unterricht

Ein weites Spektrum an Einsatzmöglichkeiten eines Computeralgebra-Systems bieten die Lehrplaninhalte der 6.Klasse an. Im Abschnitt '**Trigonometrie**',bei '**Potenzen und Logarithmen**' und bei '**reellen Funktionen**' steht natürlich das Veranschaulichen und die Eigenschaften der verschiedenen Funktionsgraphen bzw. der Einfluß der diversen Parameter im Vordergrund.

- Wie sieht der Graph zu einem Funktionsterm aus? Der Schüler macht zuerst "typische Handbewegung" und läßt dann den Graphen darstellen.

- Umgkehrung: Wie sieht der Funktionsterm zu einem vorgegebenen Funktionsgraphen aus?

Bei der Behandlung von **'Wachstumsprozessen'** läßt sich Derive als Werkzeug zur Modellbildung gut verwenden. Beim Einsatz von Derive bei den Wachstumsprozessen standen vor allem drei Intentionen im Vordergrund:

- Der Schüler soll die Auswirkung veränderter Wachstumsraten, veränderter Anfangspopulationen oder verschiedener Sättigungsgrenzen ohne große Mühe untersuchen können.

- Die verschiedenen Wachstums-(Abnahme-)prozesse sollen graphisch darstellbar sein, wobei in der Graphik die diskrete Änderung der entsprechenden Größe ersichtlich sein soll.

- Die entsprechende Differenzengleichung soll eingegeben bzw. verändert werden können und beim Einsatz des Computeralgebra-Systems für den Schüler transparent sein.

Beispiel: Begrenztes Wachstum
Ein Gegenstand hat im Kühlschrank einer Temperatur von 6°C. Er wird in eine Umgebung mit 20°C gebracht. Sein Temperaturzuwachs pro Minute beträgt 30% des Unterschiedes zwischen (der Grenze) 20°C und seiner Temperatur am Beginn dieser Minute. Erstelle eine Tabelle und einen Graphen des Temperaturverlaufes.

```
1:  WACHSTUM (dzgl, x0, n) := ITERATES (dzgl, x, x0, n)
2:  TAB (dzgl, x0, n) := [VECTOR (m - 1, m, n + 1), WACHSTUM (dzgl, x0, n)]'
3:  TAB (x + 0.3 (20 - x), 6, 8)
    [ 0    6    ]
    [ 1   10.2  ]
    [ 2   13.14 ]
    [ 3   15.198 ]
4:  [ 4  16.6385 ]
    [ 5  17.6470 ]
    [ 6  18.3529 ]
    [ 7  18.8470 ]
    [ 8  19.1929 ]
```

Fig.1.10

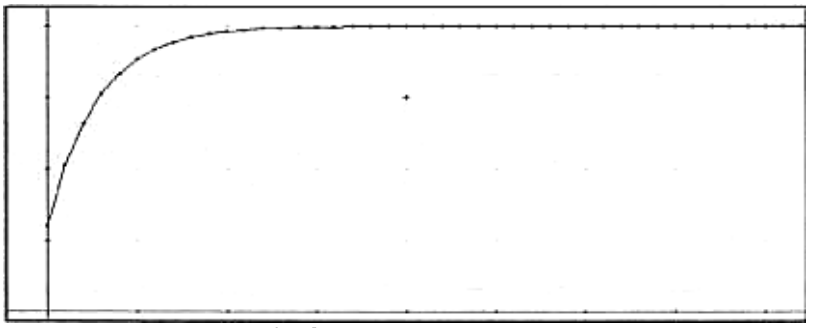

Fig.1.11 Temperaturverlauf
Iterates (Zeile 1) erzeugt einen Vektor, dessen Komponenten der Startwert der Differenzengleichung und die ersten n Iterationsschritte sind. Aus Gründen der Übersichtlichkeit, wird eine Wachstumsfunktion definiert. Die Funktion in Zeile 8 erzeugt eine Tabelle von Zahlenpaaren, die mit **Plot** die gewünschte Graphik liefert.

Ist obiges Beispiel von den Schülern verstanden worden, geht es ans mathematische Modellieren. Zu jedem Wachstumsmodell gibt es eine entsprechende Funktion plus eine "tabellenerzeugende" Funktion:

LINEARES_WACHSTUM(k,x0,schritte):=ITERATES(x+k,x,x0,schritte)
EXPONENTIELLES_WACHSTUM(k,x0,schritte):=ITERATES(x+k*x,x,x0,schritte)
EXP_LIN_WACHSTUM(k,a,x0,schritte):=ITERATES(x+k*x+a,x,x*0,schritte)
BEGRENZTES_WACHSTUM(k,g,x0,schritte):=ITERATES(x+k*(g-x),x,x*0,schritte)
LOGISTISCHES_WACHSTUM(k,g,x0,schritte):=ITERATES(x+k*x*(g-x),x,x0,schritte)

LIN_TAB(k,x0,n):=[VECTOR(m-1,m,n+1),LINEARES_WACHSTUM(k,x0,n)]'
EXP_TAB(k,x0,n):=[VECTOR(m-1,m,n+1),EXPONENTIELLES_WACHSTUM(k,x0,n)]'
EXP_LIN_TAB(k,a,x0,n):=[VECTOR(m-1,m,n+1),EXP_LIN_WACHSTUM(k,a,x0,n)]'
BEG_TAB(k,g,x0,n):=[VECTOR(m-1,m,n+1),BEGRENZTES_WACHSTUM(k,g,x0,n)]'
LOG_TAB(k,g,x0,n):=[VECTOR(m-1,m,n+1),LOGISTISCHES_WACHSTUM(k,g,x0,n)]'

Beispiel: Logistisches Wachstum
Besonders interessant in diesem Zusammenhang ist das logistische Wachstum, da es ein Modellsystem für chaotisches Verhalten darstellt: Läßt man den Parameter allmählich größer werden, so verwandelt sich die schöne logistische Kurve über periodische Schwankungen in ein chaotisches Ungeheuer.

```
1:  LOG_WACHS (r, g, x0, n) := ITERATES [x + r x [1 - x/g], x, x0, n]
2:  TAB (r, g, x0, n) := [VECTOR (m - 1, m, n + 1), LOG_WACHS (r, g, x0, n)]'
3:  TAB (0.5, 400, 20, 50)
4:  TAB (1, 400, 20, 50)
5:  TAB (1.5, 400, 20, 50)
6:  TAB (2, 400, 20, 50)
7:  TAB (2.5, 400, 20, 50)
8:  [[0, 20], [1, 29.5], [2, 43.1621], [3, 62.4145], [4, 88.7523], [5, 123.282]
9:  [[0, 20], [1, 39], [2, 74.1975], [3, 134.631], [4, 223.949], [5, 322.515],
10: [[0, 20], [1, 48.5], [2, 112.429], [3, 233.671], [4, 379.42], [5, 408.701],
11: [[0, 20], [1, 58], [2, 157.18], [3, 348.812], [4, 438.474], [5, 354.125], [
12: [[0, 20], [1, 67.5], [2, 207.773], [3, 457.395], [4, 293.317], [5, 488.891]
```

Fig.1.12

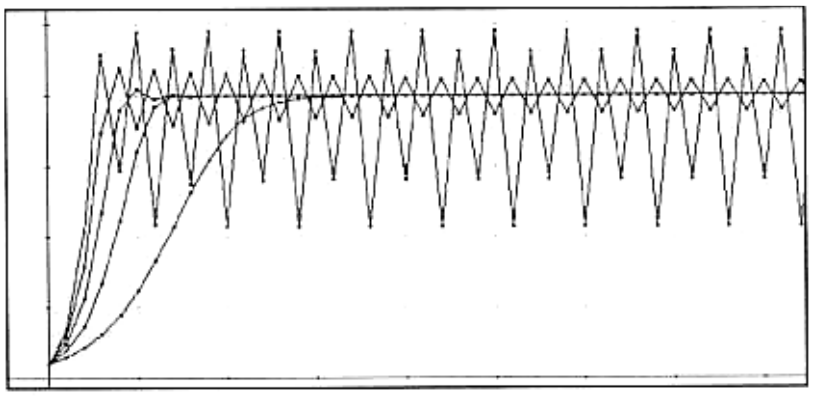

Fig.1.13

Daß die Genauigkeit, mit der das Modell durchgerechnet wird, eine große Rolle spielt, mögen folgende Graphiken zeigen: Hier wurde bei einem Parameter von r=3 mittels **Option Precision** jeweils die Genauigkeit erhöht.

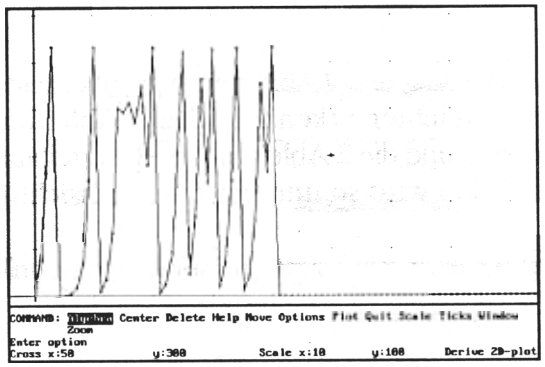

Fig.1.14, Digits: 6

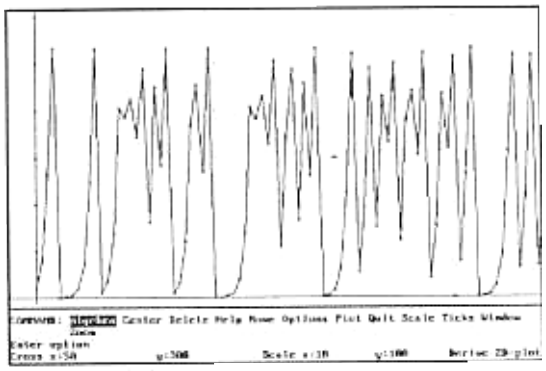

Fig.1.15, Digits:10

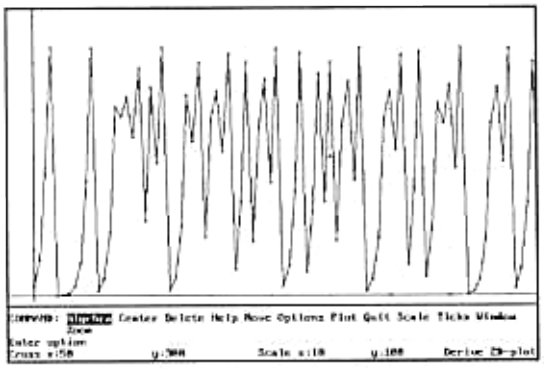

Fig.1.16, Digits:50

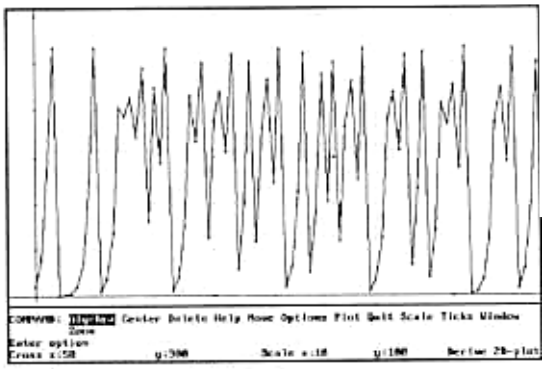

Fig.1.17, Digits:100

Solche Effekte können auch ein willkommener Anlaß sein, mit den Schülern über die Bedeutung von Rundungsfehlern, wie sie immer wieder im Zusammenhang mit Rechenmaschinen auftreten, zu sprechen. Auch können sie Anlaß sein, für ein kritisches Verhalten der Maschine gegenüber und der eigenen Tätigkeit gegenüber, zu plädieren.

1.4. Einsatz in der 7.Klasse - Differenzieren

Wesentliche Kapitel des Lehrplans der 7.Klasse

Nichtlineare analytische Geometrie
Komplexe Zahlen
Gleichungen höheren Grades
Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik
Differentialrechnung
Vernetzte Systeme
Projektorientierter Unterricht

Unter den vielen Einsatzmöglichkeiten von Derive in der 7.Klasse seien hier wieder nur einige naheliegende herausgegriffen: Im Kapitel **'Gleichungen höheren Grades'** können die Schüler schon selbstständig das Gleichungslösen mittels **Factor** und mittels **soLve** -- wie es aus den vorangegangenen Klassen bekannt ist - fortsetzen.

Eine wertvolle Hilfe stellt Derive bei der Erarbeitung der geometrischen Bedeutung der 1. und 2.Ableitung und der Zusammenhänge zwischen einer Funktion und ihren Ableitungen dar.

- Der Schüler kann sehr schnell Funktion, 1.Ableitung und 2.Ableitung gegenüberstellen und die verschiedenen Zusammenhänge leichter erkennen. Die 1.Ableitung als Beschreibung der Steigung bzw. Monotonie und die 2.Ableitung als Beschreibung der Krümmung der ursprünglichen Funktion wird so unmittelbarer einsichtig.

- Monotonieüberlegungen gewinnen so Vorrang vor einer rein rezeptiven "Ableitungsmechanik"

Beispiel: Funktion mit 1. und 2.Ableitung

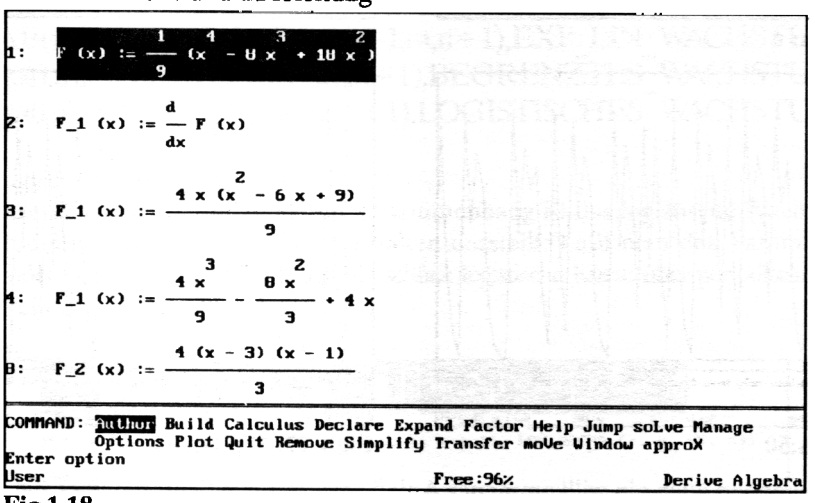

Fig.1.18

Wird die in Zeile 1 definierte Funktion abgeleitet, so liefert der rechte Teil von Zeile 2 mit **Simplify** Zeile 3, und mit **Expand** Zeile 4. Eine weitere Differentiation liefert Zeile 8. Mit **Plot** ergibt sich die gewünschte Darstellung:

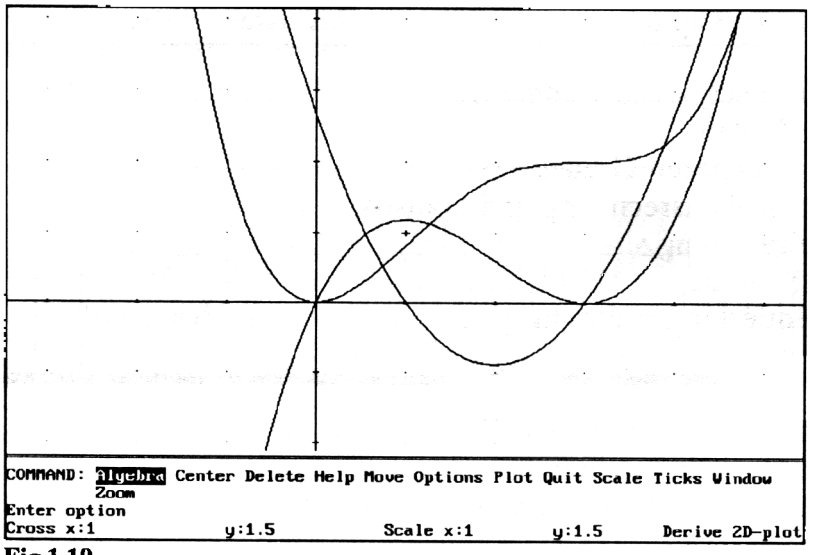

Fig.1.19

Beispiel: **Taylorreihen**

Eine weitere sehr nützliche Veranschaulichung ergibt sich bei der Behandlung der Taylorschen Reihe: Der Schüler kann sich hier wieder sehr schnell davon überzeugen, wie mit jedem weiteren Summanden die Funktion besser durch das Näherungspolynom approximiert wird.

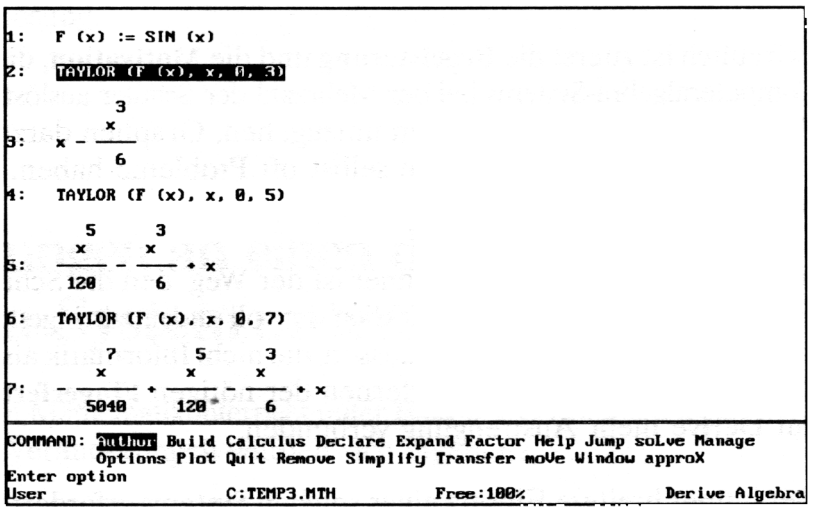

Fig.1.20

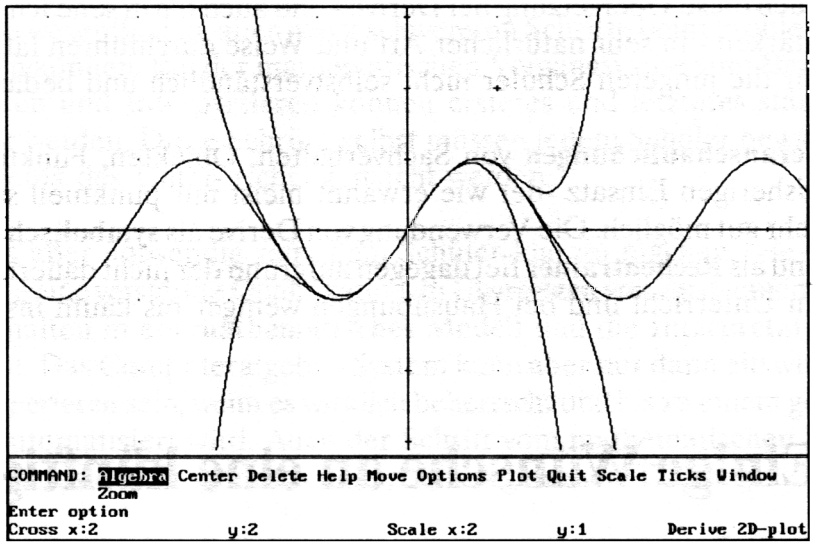

Fig.1.21

Erfahrungen aus dem bisherigen Einsatz

Die Erfahrungen mit dem Einsatz von Derive, die an unserer Schule gemacht wurden, schließen sich an die Erfahrungen an, die auch K.Aspetsberger beschrieben hat:

- Erfreulich ist zuerst die **Begeisterung** und die **Motivation**, die der Einsatz eines Computeralgebra-Systems bei der Mehrzahl der Schüler auslöst. Sie haben sichtlich Freude daran, mit dem System umzugehen, Graphen darzustellen, Aufgaben lösen zu lassen, bei denen sie selbst oft Probleme haben. Forschergeist und Interesse werden geweckt.

- Im Vergleich zum Taschenrechner ist der Weg, den die Schüler zurückzulegen haben, bis daß sie das System wirklich sinnvoll und nutzbringend einsetzen können, doch viel weiter. Vor allem in Klassen, die nicht Informatik als Pflichtgegenstand haben, ist naturgemäß das Erlernen der nötigen **Fingerfertigkeit** im Umgang mit Derive mehr Anstrengung verbunden.

- Der immer breitere Einsatz eines solchen Systems erfordert vom Schüler einen weiteren **Übersetzungsprozeß:** die in der Mathematik erworbenen Methoden sollen in Befehle an das Computeralgebra-System übersetzt werden. Wenn sich auch diese Übersetzung bei Derive - und auch darin sehe ich eine seiner großen Stärken - in sehr natürlicher Art und Weise durchführen läßt, ist sie vor allem für die jüngeren Schüler nicht selbstverständlich und bedarf einer Führung.

- **Veranschaulichungen** von Sachverhalten, Objekten, Funktionen waren beim bisherigen Einsatz -der wie erwähnt meist nur punktuell stattgefunden hat - sehr gut möglich. Die Verwendung von Derive als **symbolischer Taschenrechner** und als **Rechentrainer** fiel dagegen aufgrund der nicht dauernden Verfügbarkeit im Unterricht und bei Hausübungen weniger bis kaum ins Gewicht.

Einige Wünsche an eine künftige Version

Trotz der vielen und weit über die Schulmathematik hinausgehenden Möglichkeiten von Derive wären vielleicht folgende Punkte für den Schuleinsatz von Vorteil:

- Eine **im Programm integrierte Ausdruckmöglichkeit** würde die Dokumentation der Arbeitsergebnisse sehr erleichtern, da es mit dem Vorladen einer speicherresistenten Druckutility doch immer wieder zu Problemen kommt. Ein Menüpunkt "Beschriftung", der die Eingabe von Text an der Graphikcursorposition erlaubt, könnte nützliche Dienste leisten.

- Das **Sperren ("Entfernen") von Menüpunkten** über ein Setup wäre beim Einsatz von Derive in niedrigeren Klassen wünschenswert. So könnte das System quasi mit den Fähigkeiten der Schüler mitwachsen.

- Manchmal kommt es beim Lösen von Gleichungen in einer Unbekannten bzw. bei Ungleichungen zu Problemen und erst nach einigen Umformungen liefert **soLve** eine Lösung.

4. Erwartungen an einen durch ein Computer-algebra-System unterstützten Unterricht

Wie würde ein Mathematikunterricht unter Einsatz von Computeralgebra-Systemen aussehen, welche Veränderungen würden sich ergeben?

- Die Schüler können von zeitraubenden Routineaufgaben befreit werden, da nun ein sehr großer Bereich von Aufgaben - insbesondere auch symbolischer Art - durch das Computeralgebra-System lösbar ist. Damit sollten sich die Schüler besser auf die wesentlichen, aber meist schwereren Schritte beim Problemlösen konzentrieren können. Bei der mathematischen Vorgangsweise vom **Darstellen** zum **Operieren** und **Interpretieren** können ersteres und letzteres stärker als bisher betont werden. Diese Schritte selbst müssen jedem Schüler bewußt sein und zum Thema des Unter- richts gemacht werden.

- Dazu wird es aber notwendig sein, dem Schüler klar zu machen, wie wichtig und notwendig eine verstärkte Qualifikation im **Übersetzen** von Zusammenhängen und Sachverhalten in ein **mathematisches Modell** und die **Interpretation** der Ergebnisse ist. Das Computeralgebra-System kann aber nur dann ein wirksame Hilfe beim **Operieren** sein, wenn es wirklich beherrscht und bis zu einem gewissen Grad auch automatisiert wird. Auch der Schritt vom mathematischen Modell zum Formalismus des Programms bedarf eines gewissen Trainings.

- **Neue Inhalte** werden in die Schulmathematik einziehen, eine Richtung läßt sich erkennen: die Gewichte werden sich von der Bearbeitung vorgegebener Modelle zum eigenen Erstellen solcher Modelle verschieben.

- Neue Methoden und Formen der **Leistungsbeurteilung** werden notwendig sein.

- **Überlegungen** sind anzustellen, wie die **Einführung** eines solchen Systems vorbereitet werden kann und wann sie am besten erfolgt.

Literatur:

K.Aspetsberger,
Computeralgebra-Systeme im Mathematikunterricht,
Didaktik-Reihe der ÖMG, Heft 19, Oktober 1991

BMUK
Mathematik AHS-Oberstufe, Lehrplankommentar
Österreichischer Bundesverlag, Wien, 1991

R.Bürger, G.Obereder,
Wachstumsmodelle in der Ökologie,
Wissenschaftliche Nachrichten, Nr.71, April 1986

Dörfler,Peschek,Schneider,Wegenkittl (Hrsg.),
Computer-Mensch-Mathematik
Hölder-Pichler-Tempsky, Wien 1991

G.Hanisch,
Computeralgebra - das Ende des herkömmlichen Mathematikunterrichts?
Didaktik-Reihe der ÖMG, Heft 18, Oktober 1990

H.Heugl,
Auswirkungen eines algebratauglichen Taschenrechners auf den Mathematikunterricht
Didaktik-Reihe der ÖMG, Heft 17, Dezember 1989

Szirucsek,Dinauer,Unfried,Schatzl
Mathematik 5,6,7
Hölder-Pichler-Tempsky, Wien 1989/90/91