BACK

Mathematikschularbeiten mit *DERIVE* - Erste Erfahrungen

Otto Wurnig (Graz)

- Es werden Experten benötigt, die neue Unterrichtssoftware entwickeln.
- Es werden Fachleute gebraucht, die neue didaktische Konzepte formulieren.
- Es werden Lehrerfortbildner gesucht, die es verstehen, Lehrer zum erfolgreichen Einsatz von Software zu motivieren.
- Es werden Lehrer ermutigt, Unterrichtsversuche unter besonderen Voraussetzungen durchzuführen, um Aussagen über künftige Entwicklungen zu erhalten.
- Es sollen aber auch Lehrer angeregt werden, sofort, unter Berücksichtigung der an der Schule vorgefundenen Verhältnisse, Computer im Mathematikunterricht einzusetzen.

  Ich möchte dabei drei Stufen unterscheiden:

1. Stufe: Der Computer wird neben anderen Medien wie Overheadprojektor, Filmprojektor, Fernseher, Radiorecorder etc. eingesetzt.
2. Stufe: Im Unterrichtsraum werden an einer größeren Zahl von Computern in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit mathematische Probleme gelöst.
3. Stufe: Der Computer wird auch in der Leistungsbeurteilung, das heißt bei mündlichen und schriftlichen Einzelprüfungen verwendet.

In diesem Beitrag soll zuerst kurz auf den Einsatz des Computers an Allgemeinbildenden Höheren Schulen (AHS) in Österreich eingegangen werden. Dann möchte ich von meinen Erfahrungen mit DERIVE im Unterricht berichten und insbesonders meinen Versuch schildern, bei dem ich im Fach Mathematik in der 7. Klasse (11. Schulstufe) Schularbeiten mit und ohne DERIVE schreiben ließ, und anschließend auch einige Schülermeinungen vorstellen.

1. Die ersten Anfänge in den 70er-Jahren

Ab dem Schuljahr 1971/72 begann in Österreich der Schulversuch "EDV im Mathematikunterricht integriert" (9.-12. Schulstufe). Mit einem Sonderlehrplan, der in jedem Schuljahr ein eigenes Kapitel zur EDV vorsah, versuchte man neue Akzente zu setzen. Nach einer mehrwöchigen Einführung in eine höhere Programmiersprache, wie FORTRAN, ALGOL oder PL/1, sollte der Schüler in der Lage sein, mathematische Aufgaben mittleren Schwierigkeitsgrades selbst am Computer zu lösen. Die Probleme mit der Hardware und das Fehlen jeglicher Unterrichtssoftware ließen den Versuch bis 1980 auslaufen.
Neben dem Schulversuch entwickelte sich in der Kombination Pflichtgegenstand Mathematik (3 bis 4 Wochenstunden) mit der Unverbindlichen Übung Mathematik (2 Wochenstunden) ein Modell, das in didaktischer Hinsicht neue Möglichkeiten eröffnete.
Die Unverbindliche Übung Mathematik wählte der Schüler freiwillig, wodurch kleinere Gruppen entstanden. Die Software paßte der Lehrer den vorhandenen Möglichkeiten der Hardware an. An den wenigen Computern konnten diese Schüler in Gruppen- und Projektarbeit mathematische Probleme lösen und sie dann im Normalunterricht den Schülern der ganzen Klasse vorstellen und erklären. Dies belebte den Unterricht, da viele Initiativen von den Schülern ausgingen.
Im Schuljahr 1976/77 wurde der Freigegenstand EDV (9.-12. Schulstufe) eingeführt und ab 1985 konnte EDV bei der mündlichen Reifeprüfung gewählt werden.

2. Der Pflichtgegenstand Informatik

Im Schuljahr 1985/86 wurde in der 9. Schulstufe der Pflichtgegenstand Informatik eingeführt, in dem bis heute neben Programmiersprachen vor allem Anwendersoftware wie Textverarbeitung, Tabellenkalkulation und Dateiverwaltung gelehrt werden. Der neue Pflichtgegenstand brachte 1985 allen AHS eine gute Grundausstattung mit sieben leistungsfähigen Computern. Bei der Oberstufenreform an AHS im Jahr 1989 wurde Informatik als Wahlpflichtgegenstand bis zur Reifeprüfung vorgesehen. Es ist daher nicht weiter verwunderlich, daß in der Steiermark die erste DERIVE-Demonstration vor Informatiklehrern, die alle auch Mathematiklehrer waren, stattfand. Es wurde erfolgreich vorgeführt, wie rasch DERIVE Gleichungen und Gleichungssysteme löst, wie schnell es differenziert und integriert, wie schön die zwei- und dreidimensionale Grafik aussieht. Während des Vortrages waren alle Mathematiklehrer sehr still, manche sogar bestürzt. Sie hatten den Eindruck, daß durch dieses Softwareprodukt der Mathematiklehrer endgültig überflüssig werde. Es ist daher in der Lehrerfortbildung wichtig, bei Einführungskursen stets von mathematischen Problemen auszugehen, um keine falsche Angst vor dem Computer aufkommen zu lassen.

Ich stellte meinen Schülern 1987 im Informatik-Unterricht DERIVE in Klasse 11 und 12 vor. Sie waren sehr beeindruckt. Aber nur je ein Schüler pro Klasse war 1987 bzw. 1988 bereit, DERIVE bei der mündlichen Mathematikreifeprüfung einzusetzen. Ich glaube, daß sie vor allem das Handling abschreckte. Sie fühlten sich nicht sicher genug, um gleich bei einer so wichtigen Prüfung fehlerlos damit bestehen zu können.

3. Der Computer wird in den Mathematiklehrplan integriert.

Mit Beginn des Schuljahres 1990/91 wurde der Einsatz des Computers in den sogenannten "Trägerfächern" Deutsch, Englisch, Mathematik und Geometrisch-Zeichnen lehrplanmäßig für die 7. und 8. Schulstufe vorgesehen. Dafür erhielt jede AHS-Langform einen neuen Computerraum mit vierzehn Computern, die an vielen Schulen vernetzt wurden. Da die Schülerhöchstzahl pro Klasse 30 beträgt und diese Anzahl nur selten in der 7. und 8. Schulstufe erreicht wird, arbeiten höchstens zwei Schüler an einem Gerät. Leider konnten bisher nur wenige Schüler der AHS die zur gleichen Zeit geschaffene Unverbindliche Übung "Einführung in die Informatik" (2 Wochenstunden) besuchen. Neu geschaffene, freiwillige Unterrichtfächer werden nur selten sofort angeboten, weil die Gesamtzahl der Unverbindlichen Übungen und Freigegenstände pro Schule sehr begrenzt ist. Es wurde aber im Lehrplan der 7.Schulstufe eine Einführungsphase mit ca. 30 Unterrichtsstunden vorgesehen, in der die Schüler die grundsätzliche Bedienung des Computers kennenlernen und eine erste komprimierte Einführung in die vorhandene Unterrichtssoftware erhalten sollen.
Für den Mathematikunterricht werden die Schüler vor allem in die Handhabung einer Tabellenkalkulation eingeführt. Da viele Lehrer und Schüler diese nicht bei allen Problemen verwenden möchten, bedeutete die Anschaffung von DERIVE Ende Mai 1991 für alle AHS in Österreich einen großen Fortschritt für eine verbesserte Gestaltung des Mathematikunterrichts.
Da ich im Juni 1991 einen zweitägigen DERIVE-Kurs besuchen konnte, der mich gut motivierte, beschloß ich im Schuljahr 1991/92 DERIVE in meinen beiden Mathematikklassen (7. und 11. Schulstufe) verstärkt einzusetzen.

4. Der Beginn mit DERIVE in der 11. Schulstufe (1991/92).

Meine 7. Klasse besteht aus 19 Schülern, von denen einer im Herbst 1991 aus einer anderen Schule kam und die Klasse wiederholt. 15 Schüler besuchen den Wahlpflichtgegenstand Informatik, die restlichen vier haben wenig Interesse an der Verwendung des Computers im Mathematikunterricht. In den ersten zwei Schulwochen führte ich traditionell in die Differentialrechnung ein, da die Klasse gleich den ganzen Oktober auf Austausch in Kanada weilte.

Anfang November wiederholte ich den im September durchgenommenen Lehrstoff mit DERIVE und stellte fest, daß einige Schüler mit dem Computer und DERIVE große Probleme hatten. Die erste Schularbeit am 19. November 1991 wurde daher noch ohne DERIVE geschrieben. Nach der Schularbeit nahm ich die Kapitel "Kreis und Kugel" bzw. "Kegelschnittlinien" durch, wobei ca. jede zweite Mathematikstunde im Computerraum verbracht wurde und Schüler mit wenig Computerkenntnissen mit erfahreneren zusammenarbeiteten. Nach einer Aussprache knapp vor Weihnachten entschloß ich mich, die nächste für zwei Stunden geplante Schularbeit am 4. Feber 1992 in zwei Versionen, nämlich mit und ohne DERIVE zu geben. Anfang Jänner 1992 wählten acht Schüler, die alle einen Computer zu Hause besaßen und bereits die laufenden Hausübungen mit ihm erledigten, die Möglichkeit, die Schularbeit mit DERIVE zu schreiben. Damit war für mich die Entscheidung für einen stärker differenzierten Mathematikunterricht gefallen.

Diese Unterrichtsform wurde durch die Anordnung der Computer im Unterrichtsraum stark erleichtert. Sie stehen längs der Rückwand und der linken Seitenwand nebeneinander und lassen daneben noch so viel Raum, daß 30 Schüler in normaler Sitzordnung Platz finden. Der Unterricht beginnt oft in den Bänken und nur dann, wenn der Einsatz von DERIVE sich lohnt, gehen die Schüler an die Geräte. Bei neuem Lehrstoff arbeiten alle in Einzel- oder Partnerarbeit mit DERIVE, bei Übungsbeispielen müssen aber jene Schüler, die die Schularbeit ohne DERIVE schreiben möchten, auch ohne DERIVE auskommen.

5. Die differenzierte Mathematikschularbeit.

Die beiden Schülergruppen erhielten verschiedene Aufgabenblätter, so daß die wenigen Differenzierungsmaßnahmen nicht allen bekannt waren. In diesem Beitrag wurden aus Platzgründen die beiden Blätter kombiniert. Bei jedem Beispiel steht zuerst der Basistext, dann der Zusatz für DERIVE-Benützer und weiters in eckiger Klammer der zusätzliche Text für jene Schüler, die DERIVE nicht verwenden wollten.

1) a) Berechne die Geichung der Kugel, die durch die Punkte $A=(1;-7;7)$ und $B=(9;-3;-17)$ geht und deren Mittelpunkt auf der Geraden g liegt !
g...$X = (-1;-5;3) + t.(3;-2;4)$

.....

Mache zuerst eine Skizze und eine Grobplanung ins Heft!.

.....

[Mache zuerst eine Skizze! Stelle die zur Lösung notwendigen Gleichungen auf und reduziere sie dann auf eine Gleichung mit einer Variablen! Nur wenn Du genügend Zeit hast, ist die komplette Rechnung durchzuführen! (Zusatzpunkte)]

b) Eine Gerade h geht durch die Punkte $P=(5;7;6)$ und Q (1;3;8). Bestimme die beiden Durchstoßpunkte der Geraden h mit der Kugel k !
k...$(x+10)^2 + (y-1)^2 + (z+9)^2 = 441$

2) a) Die der Geraden g....$x-2y+12=0$ angehörende Sehne der Hyperbel $x^2-2y^2=144$ ist Durchmesser eines Kreises. Bestimme den Mittelpunkt und den Radius dieses Kreises! Mache eine der Angabe entsprechende Zeichnung mit vier berechneten Hyperbelpunkten (je zwei pro Hyperbelast!) ins Heft!

b) Unter welchen Winkeln schneidet der Kreis k, der durch die beiden Endpunkte der Sehne hindurchgeht, die gegebene Hyperbel ? k.....$(x-12)^2 + (y-12)^2 = 720$

3) Der Ellipse $3x^2+4y^2=48$ ist ein zu den Achsen symmetrisches Sechseck von größtem Inhalt einzuschreiben. Die x-Achse ist Diagonale. Wie groß ist der gesuchte Flächeninhalt?

.....

Mache zuerst eine brauchbare Skizze mit Grobplanung! Falls Dir Zeit bleibt, so zeichne mit dem Computer die Ellipse samt dem errechneten Sechseck auf den Bildschirm und schreibe ein brauchbares Kurzprotokoll ins Heft! (Zusatzpunkte!)

.....

[Mache zuerst eine brauchbare Skizze! Quadriere die Ansatzfunktion. Dann reduziere sie auf eine Variable und anschließend differenziere sie! Von dort an rechne mit folgender Gleichung 3. Grades weiter: $u^3+6u^2-32 = 0$.]

6. Bemerkungen zur Schularbeit

Das erste und zweite Beispiel besteht aus zwei Teilen, wobei beide Teile unabhängig voneinander gerechnet werden können. Da beim ersten Beispiel die Gefahr des Verrechnens ohne DERIVE groß ist und auch einige Zeit in Anspruch nimmt, war nur eine Planung verlangt. Da aber meiner Erfahrung nach manche Schüler lieber rechnen, als "nur" planen, waren für das Rechnen Zusatzpunkte vorgesehen. Beim dritten Beispiel sind die DERIVE-Benützer klar im Vorteil. Daher wurde für die andere Gruppe ein richtiges Zwischenergebnis angegeben, mit dem man auf alle Fälle weiterrechnen sollte.
Die DERIVE benützer hatten bei allen drei Beispielen im Heft zu beginnen und konnten dann am Computer fortsetzen. Teile, die ihnen beim Weiterrechnen ohne Computer leichter schienen, zum Beispiel die Berechnung des Schnittwinkels, durften sie jederzeit im Heft mit dem normalen elektronischen Taschenrechner durchführen.
Jedes Computerbeispiel mußte mit dem Namen des Schülers und der Aufgabennummer beginnen, und wurde auf einer Diskette gespeichert. Ich sammelte die Hefte mit den Disketten ein, druckte daheim auf meinem Computer die Beispiele aus und heftete den Computerausdruck ins Schularbeitsheft ein.

Die Klasse erzielte folgendes Ergebnis:

Schüler ohne DERIVE:	0/1	1/2	3/3	5/4	2/5
Schüler mit DERIVE:	3/1	0/2	2/3	2/4	1/5

7. Schülermeinungen zu DERIVE

Ich habe vor und und nach der Schularbeit alle Schüler der Klasse über ihre Erfahrungen mit DERIVE befragt und will nun einige Meinungen auflisten:

o Gründe für DERIVE: schneller, keine Rechenfehler, keine Übertragungsfehler, weniger selbst zu rechnen, günstig zum Einsetzen, Rechenschritte einfacher durchzuführen, schnelle grafische Darstellung, bessere Konzentration auf das eigentliche Problem.

o Erfahrungen die durch die Schularbeit gemacht wurden: Auch mit DERIVE muß man wissen wie! Es ist schnell und angenehm damit zu arbeiten. Da keine Rechenfehler mehr auftreten, ist ein normales Nachrechnen nicht mehr notwendig. Mit DERIVE gelang es mir wieder eine positive Note zu erhalten.

o Kritik an DERIVE: Gleichungsumformen, zum Beispiel bei Wurzelgleichungen oder Vektorgleichungen, ist umständlich. Das Arbeiten mit DERIVE verlangt viel mehr bewußte Planung.

o Gründe warum DERIVE nicht gewählt wurde: Einige Informatikschüler haben DERIVE nur deshalb nicht gewählt, weil sie zu Hause noch keinen IBM-kompatiblen Computer zum Üben besitzen. Schüler, die seit der 5.Klasse nicht mehr am Computer gearbeitet haben, fühlten sich mit dem Computer wenig vertraut und fürchteten beim Eintippen zu viel Zeit zu benötigen.
Der neue Schüler der Klasse erklärte kurz und bündig: "DERIVE ist für mich viel zu kompliziert und unverständlich."

8. Schlußbemerkung

Als nach dem Kapitel Wahrscheinlichkeitsrechnung wieder komplexere Wiederholungsbeispiele gerechnet wurden, z.B. mit Kegelschnittlinien, mit der Kugel bzw. verschiedene aufwendigere Extremwertaufgaben und Kurvendiskussionen, begann das Interesse an DERIVE stark zu steigen und es scheint durchaus möglich, daß bei der letzten Schularbeit in der 7.Klasse alle 15 der 19 Schüler, die den Wahlpflichtgegenstand Informatik besuchen, die letzte Arbeit mit dem Computer schreiben werden. Natürlich hoffe ich, daß das Interesse an DERIVE so groß wird, daß im kommenden Herbst in der 8. Klasse alle Schüler im Mathematikunterricht mit DERIVE arbeiten wollen.